

ANÁLISE E APLICAÇÃO DA METAHEURÍSTICA COLÔNIA DE FORMIGAS PARA SOLUCIONAR O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV).

Rafael Borges Rodrigues, José Roberto Sanches Mantovani, Luis Gustavo Wesz da Silva, Leonardo Poltronieri Sampaio – Engenharia Elétrica – Departamento de Engenharia Elétrica – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Campus de Ilha Solteira.

O algoritmo desenvolvido e utilizado neste trabalho para solucionar o problema do caixeiro viajante (PCV) é baseado na metaheurística colônia de formigas. Uma metaheurística é considerada como algoritmos heurísticos evoluídos e consiste de um conjunto de técnicas de otimização adaptadas para resolver problemas complexos que apresentam característica de explosão combinatória. A inspiração de uma metaheurística baseada em sistema de colônias de formigas (SCF) vem de características curiosas descobertas por etólogos, que constataram que as formigas, aparentemente irracionais e tão simples, possuem mecanismos naturais de otimização, sendo capazes de encontrar o caminho mais curto entre o formigueiro e as fontes de alimento sem usar recursos visuais, mesmo que ocorra a introdução de obstáculos no percurso original.

A capacidade desses agentes cooperativos em encontrar o menor caminho está relacionada com uma comunicação feita através da substância feromônio, que é depositada por onde passam a uma taxa aproximadamente constante e que se evapora com o passar do tempo. Assim, as formigas optam em seguir pelos caminhos onde essa substância é mais intensa, ou seja, os caminhos mais curtos, conforme ilustra o exemplo da Fig. 1.

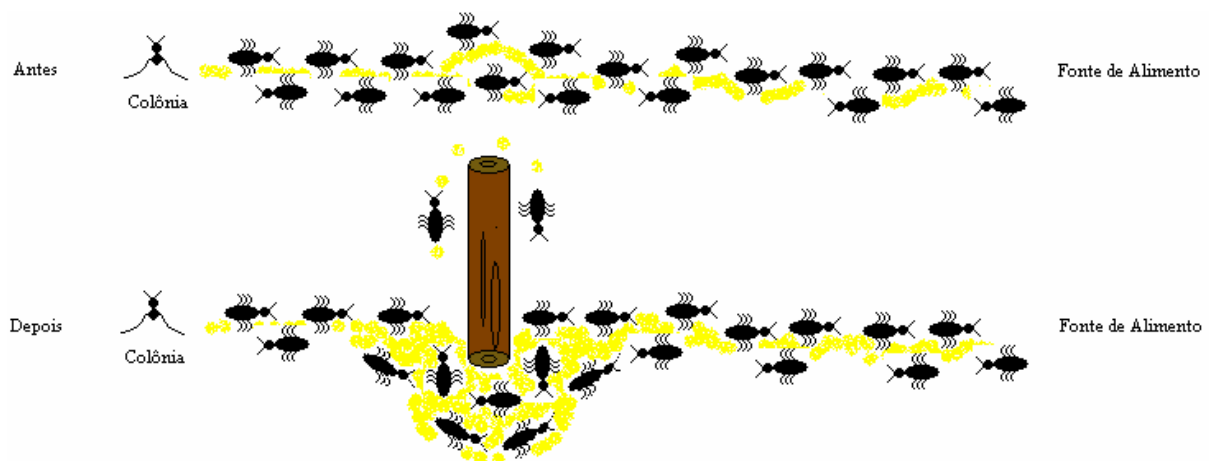


Figura 1: Encontrando um novo caminho melhor

Após o aparecimento de um obstáculo sobre o caminho que está sendo percorrido, probabilisticamente metade das formigas que o encontrarem pela primeira vez, escolherão o caminho mais longo e a outra parte o caminho mais curto. As formigas que escolherem o caminho mais longo certamente levarão mais tempo para contornar o obstáculo, sendo que formigas que escolherem o caminho mais curto completarão o trajeto primeiro, levando as próximas formigas que estão voltando da fonte de alimento optar por este caminho, intensificando cada vez mais o feromônio e definindo assim o novo trajeto. Como o feromônio evapora-se no decorrer do tempo, o caminho mais longo se extinguirá devido à ausência da substância.

O *problema do caixeiro viajante* - PCV, ao qual se aplicou a metaheurística colônia de formigas, através do algoritmo a ser apresentado, é um dos mais tradicionais problemas de pesquisa operacional, devido às diversas aplicações práticas (Planejamento de sistemas elétricos, alocação de facilidades, etc), e pode ser definido da seguinte forma:

O PCV consiste em visitar todas as cidades de um conjunto pré-determinado. Deve-se partir de uma cidade qualquer do conjunto, passar por todas as cidades restantes, uma única vez, e voltar para a cidade de partida. Embora o problema seja de fácil compreensão, seu tratamento matemático é complexo e é importante ressaltar que o espaço de soluções do PCV aumenta exponencialmente com o aumento das dimensões do problema, ou seja, o aumento do número de cidades do conjunto. Como

exemplo, 10 cidades apresenta 90 variáveis do tipo aresta e um número muito elevado de restrições. Para um problema de 100 cidades o número de variáveis se eleva a 9000, sendo significativamente mais difícil de resolver.

O algoritmo é desenvolvido, na fase inicial deste trabalho, para resolver o PCV utilizando-se as características da metaheurística colônia de formigas. Para uma melhor compreensão, no diagrama da Fig.2 é apresentado o diagrama de blocos do algoritmo ACS dedicado à solução do PCV.

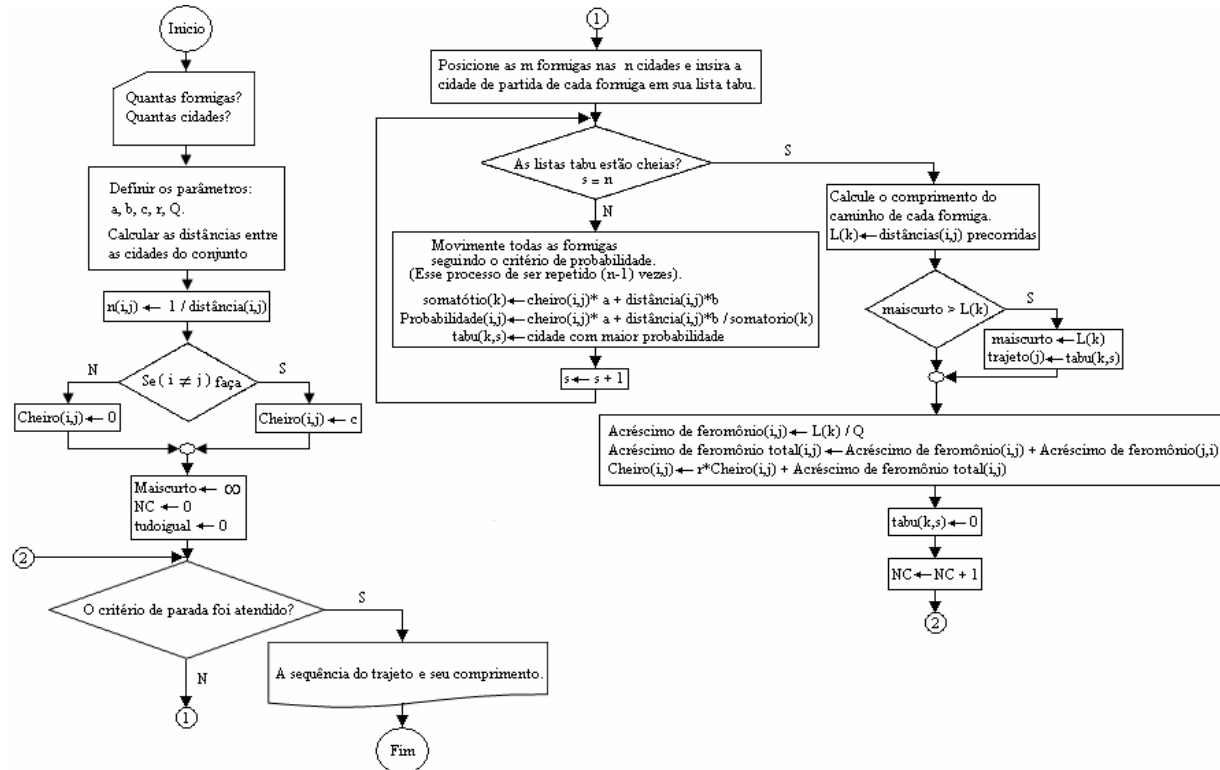


Figura 2: Fluxograma do algoritmo implementado.

As variáveis utilizadas no diagrama da Fig. 2são:

m :	Quantidade de formigas.
n :	Número de cidades do conjunto.
a :	Parâmetro de entrada.
b :	Parâmetro de entrada.
c :	Quantidade inicial de cheiro em cada aresta.
$(1-r)$:	Intensidade de evaporação do feromônio.
Q :	Parâmetro de entrada.
i :	Variável de controle.
j :	Variável de controle.
$n(i,j)$:	Visibilidade da aresta entre a cidade i e a cidade j .
$distância(i,j)$:	Distância entre a cidade i e a cidade j .
$cheiro(i,j)$:	Cheiro presente na aresta entre a cidade i e a cidade j .
$maiscurto$:	Comprimento do caminho mais curto.
NC :	Número de ciclos
$tudoigual$:	Controle de estagnação de movimentos.
s :	Índice da lista tabu.
$L(k)$:	Comprimento do caminho da k -ésima formiga.
$Somatório(k)$:	Somatório da k -ésima formiga.
$Probabilidade(i,j)$:	Probabilidade de ir da cidade i para a cidade j .
$Tabu(k,s)$:	Lista de sequência das cidades onde a k -ésima formiga passou.
$Trajeto(j)$:	Vetor caminho percorrido ao final da execução do programa.

<i>Acréscimo de feromônio(i,j)</i>	Acréscimo de cheiro da aresta entre a cidade i e a cidade j.
<i>Acréscimo total de feromônio(i,j)</i>	Acréscimo de cheiro total da aresta entre a cidade i e a cidade j.

Para iniciar o programa é necessário que o usuário indique o número de formigas e o número de cidades, sendo que o arquivo que contém as coordenadas das cidades deve estar inserido no corpo do algoritmo para efeito de cálculos. Verificou-se neste trabalho que o desempenho do programa depende da quantidade de cidades, formigas, da calibração dos parâmetros e dos critérios de parada.

Constatou-se que o número de cidades e o número de formigas são diretamente proporcionais ao tempo de execução do algoritmo, ou seja, quanto maior o número de cidades e/ou formigas, maior será o tempo para que se encontre uma solução. Verificou-se ainda que o uso de um número de formigas muito pequeno em relação ao número de cidades dificulta encontrar a melhor solução e o uso de um número demasiadamente superior ao número de cidades não leva a um melhor resultado e ainda aumenta significativamente o tempo de CPU para execução do programa. Portanto pode-se concluir que o número ideal de formigas não deve se distanciar muito do número de cidades, devido principalmente, ao tempo de CPU para a execução do programa.

Outro tópico importante para o uso da metaheurística na solução do PCV foi a calibração dos parâmetros a , b , r . Neste trabalho adotou-se o parâmetro $Q = 100$ (Indicado pela literatura) e testou-se diversas combinações de valores para os parâmetros a , b e r . O parâmetro r está relacionado com a evaporação do feromônio entre as iterações, sendo representado por $(1-r)$. Logo, r pode assumir apenas valores obedecendo ao intervalo $[0, 1]$, para que não ocorra acúmulo da substância. Os parâmetros a e b estão relacionados com a função somatório e probabilidade na forma de potência, como pode-se constatar através do fluxograma da figura 2. Para valores de a muito alto, o cheiro do feromônio na aresta se eleva demasiadamente e para valores elevados de b a visibilidade tende a zero, levando a erros de *overflow* e *underflow*. Para todos os valores testados de a , b e r obteve-se melhores resultados para $a = 1$, $b = 1$ e $r = 0$ em todas as situações.

Por fim, estabeleceu-se os critérios de parada responsáveis para terminar a execução o programa quando pelo menos um desses critérios for atendido, no caso, quando todas as formigas estiverem fazendo o mesmo caminho ou quando o número de ciclos (NC) for igual ao número máximo de iterações (NCmax) especificado pelo usuário. Quando isso ocorrer é mostrado ao usuário, na tela do computador, o comprimento em unidades de medida (u.m.), uma das seqüências das cidades que leva ao melhor caminho e o tempo de processamento do programa.

Com o intuito de mostrar a eficiência do modelo, foi desenvolvido testes com diferentes arranjos matriciais de cidades. Abaixo apresenta-se uma tabela com alguns conjuntos de cidades que foram testados, apresentando o arranjo matricial dos conjuntos simétricos, a quantidade de cidades do conjunto, a forma de distribuição das cidades, o número de formigas que foram utilizadas, o tempo de processamento e o comprimento do melhor (menor) caminho. Em seguida é apresentada a seqüência em que as cidades foram visitadas e o gráfico associado a ela para os conjuntos 1 e 5.

Tabela 1: Testes

	Resultados Experimentais					
	Arranjo matricial	Número de cidades	Distribuição das cidades	Número de formigas	Tempo de processamento (segundos)	Comprimento do melhor caminho (u.m.)
Conjunto 1	-	14	Aleatória	19	1,0130	29,1054
Conjunto 2	4x4	16	Simétrica	14	0,0020	160
Conjunto 3	10x10	30	Simétrica	10	3,0280	300
Conjunto 4	10x10	45	Simétrica	45	26,042	454,1422
Conjunto 5	10x10	100	Simétrica	25	155,011	1000

A seqüência em que as cidades foram visitadas pelas formigas para o conjunto 1 foi :

8	14	3	4	5	6	12	7	13	11	9	10	2	1	8
---	----	---	---	---	---	----	---	----	----	---	----	---	---	---

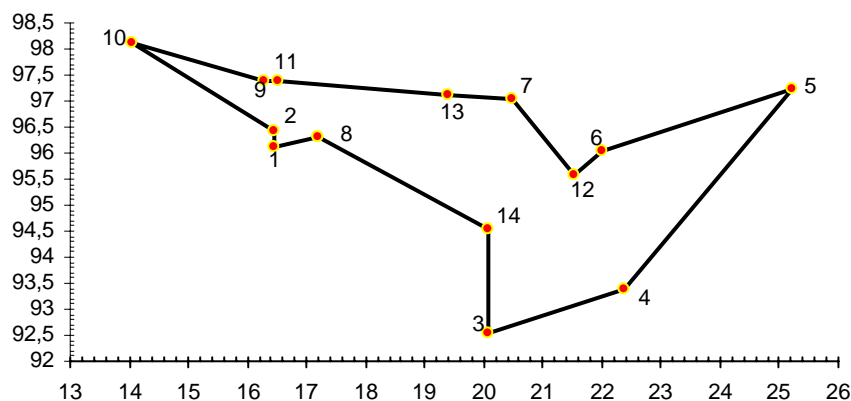


Gráfico 1: Representação gráfica do caminho encontrado para conjunto 1.

Para o conjunto 5, a sequência foi:

89	88	78	68	58	48	38	28	18	8	7	6	5	4	3
2	1	11	12	13	14	15	16	17	27	26	25	24	23	22
21	31	32	33	34	35	36	37	47	46	45	44	43	42	41
51	52	53	54	55	56	57	67	66	65	64	63	62	61	71
72	73	74	75	76	77	87	86	85	85	84	83	82	81	91
92	93	94	95	96	97	98	99	100	90	90	80	70	60	50
40	30	20	10	9	19	29	39	49	59	69	79	89		

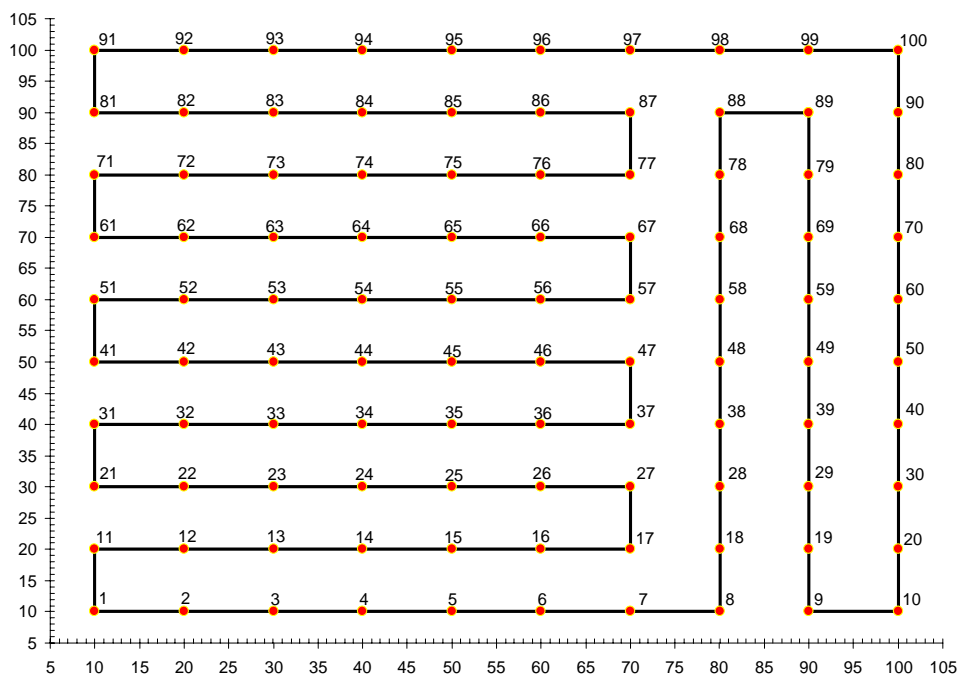


Gráfico 2: Representação gráfica do caminho encontrado para conjunto 2.

Em todos os casos mencionados acima encontrou-se o melhor caminho possível em um tempo bastante satisfatório comparado a outros trabalhos. Utilizou-se para a realização dos testes um computador Pentium IV, com processador de 3 GHz, 256 Mbytes de memória RAM e sistema operacional Windows. A principal vantagem do método desenvolvido é a resposta de dados em curto espaço de tempo, o que demonstra que o ACS é uma metaheurística que apresenta grande potencial para ser aplicada no planejamento da operação e expansão de sistemas de energia elétrica.

Bolsa: PET